

PLAN PROGRAMA ODRŽAVANJA SEMINARA

MARIJA PRŠA, ASISTENTICA

KOLEGIJ - MATEMATIKA 1

1. seminar - FUNKCIJE

- predstavim sebe, kad su mi konzultacije, koji mi je mail
- predstavim pravila održavanja kolegija, objasnim skupljanje bodova kod mene na seminarima i kod tebe na predavanjima i kako položiti kolegij

- opišem ideju funkcija, kao pridruživanje varijabli, koje su nezavisne a koje su zavisne varijable
- opišem kako se fje (kratica za funkcije) mogu zadavati: tablično, grafom i analitički te iz svake skupine pokažem slikoviti primjer i riješimo po jedan primjer zadatka:

1. Tablično, pa grafički pomoću skice skupova te grafom u koordinatnom skupu prikaži djelovanje fje $f(x) = -x + 1$.

2. Iz koordinatnog sustava iščitaj koja je fja prikazana. (a u pitanju bude $f(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ 2x & , x \in < 0, 1 > \\ 2 & , x \geq 1 \end{cases}$)

3. Fja $s(t) = \begin{cases} 3t & , 0 \leq t \leq 3 \\ 9 & , 3 < t \leq 4 \\ 2t + 1 & , 4 < t \leq 6 \end{cases}$ opisuje prijeđeni put s po vremenu t , tj. $s(t)$ je fja puta

koja ovisi o vremenu. Prikaži graf te fje u koordinatnom sustavu te opiši što prikazuje.

- Def. Funkcija

4. Fja je zadana analitički $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 1 & , x \leq 2 \\ \frac{1}{x-2} & , 2 < x \leq 3 \\ 2x - 5 & , x > 3 \end{cases}$ Koliko je $f(\sqrt{2})$, $f(\sqrt{8})$ i $f(\sqrt{\log_2 1024})$?

5. Ako je $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = x^2$, koliko je $f(\sqrt{2})$ i $f(-1)$?

- Def. Graf fje

6. Iščitaj s grafa fje (skiciram i graf ali ne napišem koja je fja u pitanju):

- a) vrijednosti fje $f(1)$ i $f(-2)$,
- b) nultočke fje f ,
- c) intervale rasta i pada fje,
- d) minimum i maksimum fje,
- e) intervale za koje je fja konstantna, negativna i pozitivna,
- f) koji je predznak funkcijske vrijednosti za $x = -1$.

- Pr. krivulje u koordinatnom sustavu koja nije fja? (spomenem kružnicu i krivulje drugog reda)

- Nap. Analitičke fje mogu biti eksplicitne i implicitne.

- Def. Domena fje.

- Pr.1. Naći domenu od $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$.

- Pr.2. Naći domenu od $f(x) = \sqrt{x+2}$, $g(x) = \frac{1}{x-1}$.

- Def. Kompozicija fja.

- Pr.1. Naći kompoziciju $f \circ g$ i njenu domenu za $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$.

- Pr.2. Naći kompozicije $f \circ g$ i $g \circ f$ za $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2 + 3$. (uz to komentiram kako općenito $f \circ g \neq g \circ f$)

- Def. Bijekcija, injekcija, surjekcija uz skice fja koje jesu injektivne i/ili surjektivne i/ili bijektivne.

- Nap. Horizontalni test.

- Def. Inverz fje.

- Pr.1. Provjeriti da su si fje $f(x) = \sqrt{x}$ i $g(x) = x^2$ međusobno inverzne za $x \in [0, +\infty >$, te skicirati sve u koordinatnom sustavu.

- Nap. Simetrija s obzirom na x -os.

- Pr.2. komentiram $x^2 + y^2 = 1$ kako ju treba malo restringirati.

- za kraj ovog dijela podijelim svakom studentu/ici njihov set zadataka (zadaci 01), te ih onda oni rješavaju za sebe, s tim da ja hodam cijelo vrijeme između njih i pomažem onima koji to žele. Zadaci su podijeljeni po težini (S-lagani, M-srednji, L-teži) te svatko bira sam za sebe koje zadatke želi da mu ih dam, a onda na ploči rješavamo od svake skupine zadataka po jedan, tko ga riješi na ploči dobije nagradni bod.

2. i 3. seminar - ELEMENTARNE FUNKCIJE

- prolazim kroz elementarne fje tako da ih spomenem općenito, domena, kodomena, te onda na primjeru za svaku nađemo nultočke ako postoje, te skiciramo graf fje, s grafa očitavam opet domenu i kodomenu, te spomenem 'osnovnu' fju iz te skupine

1. POLINOMI

- def, stupanj polinoma, domena, kodomena

- Pr. $f(x) = x^{14} - x^{12} + x^7 - 5$ (samo komentiram stupanj polinoma, ovoga ne crtamo)

a) linearni polinomi

- def, stupanj, nagib pravca

- Pr. $f(x) = -2x + 1$

- osnovni pravac $f(x) = x$

b) kvadratni polinomi

- def, stupanj, kako je parabola okrenuta, spomenem više slučajeva (ne)imanja nultočki

- Pr. $f(x) = x^2 + x - 2$

- osnovna fja $f(x) = x^2$

c) kubni polinomi

- def, stupanj

- Pr. $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

- osnovna fja $f(x) = x^3$

Nap. objasnim promjene koje se dešavanju kako raste stupanj polinoma.

2. RACIONALNA FJA

- def, nultočke, domena, kodomena - sve općenito

- Pr.1. $f(x) = \frac{1}{x}$

- Pr.2. $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$

- crtamo fje $f(x) = \frac{1}{x}$ i $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

3. APSOLUTNA VRIJEDNOST

- odmah krenem od osnovne $f(x) = |x|$, crtamo nju, nultočka, domena, kodomena

- Pr. $f(x) = |x - 3|$

4. EKSPONENCIJALNA FJA

- def, nultočke nema, domena, kodomena, rast/pad ovisno o bazi

- Pr.1. $f(x) = 2^x$

- Pr.2. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

5. LOGARITAMSKA FJA

- def, nultočka, domena, kodomena, rast/pad ovisno o bazi

- Pr.1. $f(x) = \log_2 x$

- Pr.2. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

Nap. Eksponencijalna i logaritamska fja su međusobno inverzne, što se vidi preko domene i kodomene, simetrije grafova, te prilikom rješavanja jednadžbi, što pokažem na $a^x = b$ i $\log_a x = b$.

6. TRIGONOMETRIJSKE FJE

a) sinus, kosinus

- def, domena, kodomena, jedinična kružnica

- graf fje $f(x) = \sin x$ uz traženje nultočki, maksimuma i minimuma, te čitanje domene i kodomene s grafa fje, a $f(x) = \cos x$ im zadam za DZ

b) tangens, kotangens

- def, domena, kodomena, jedinična kružnica

- graf fje $f(x) = \tan x$ uz čitanje domene i kodomene s grafa fje

7. ARKUS FJE

a) arkus sinus, arkus kosinus

- def, domena, kodomena, povezujem ih sa sinusom i kosinusom, restrikcije zbog bijekcije

- graf fje $f(x) = \arcsin x$

b) arkus tangens, arkus kotangens

- def, domena, kodomena, povezujem ih s tangensom i kotangensom

Nap. Trigonometrijske i arkus fje su međusobno inverzne, što se vidi preko domene i kodomene, simetrije grafova, te prilikom rješavanja jednadžbi, što pokažem na primjeru $\sin x = \frac{1}{2}$.

LINEARNE TRANSFORMACIJE GRAFA

- spomenem općenita pravila translacija i transformacija grafa

1. Polazeći od grafa fje $y = e^x$ skicirajte grafove sljedećih fja:

a) $y = e^{x+1} - 1$,

b) $y = e^{x-1} + 1$,

c) $y = 2e^x$, $y = \frac{1}{2}e^x$

d) $y = -e^x$,

e) $y = e^{-x}$.

2. Polazeći od grafa fje $y = \ln x$ skicirajte grafove sljedećih fja:

a) $y = -\ln(x + 1) + 2$,

b) $y = -\ln -x + 1 - 2$.

- zatim oni rješavaju set zadataka vezanih za gradivo seminara (zadaci 02).

4. seminar - KARTEZIJEV PRODUKT SKUPOVA i KOMPOZICIJA FJA

- Def. Kartezijev produkt skupova.

- Pr. R^2 .

1. Za skupove $A = \{-7, 2, 0\}$ i $B = \{x, y\}$ odredi $A \times B$, $B \times A$ i $A \times A$.

2. Grafički prikaži $A \times B$ ako su zadani:

a) $A =]-1, 6]$ i $B = [-1, 2[$;

b) $A = \{x \in R : |x| \leq 5\}$ i $b = \{y \in R : |y| > 1\}$.

3. U koordinatnoj ravlini prikaži skup S ako je:

a) $S = \{(x, y) \in R^2 : y > |x - 4|\}$;

b) $S = \{(x, y) \in R^2 : x^2 + 2x + y^2 \geq 0\}$;

c) $S = \{(x, y) \in R^2 : y \leq 2|x|\}$.

4. Za skupove $P = \{(x, y) \in R^2 : y^2 - x^2 > 0\}$ i $Q = \{(x, y) \in R^2 : |y| \leq x\}$ odredi $P \cap Q$ i $P \setminus Q$.

5. Za skupove $P = \{(x, y) \in R^2 : x^2 - y^2 < 1\}$ i $Q = \{(x, y) \in R^2 : x^2 + 16y^2 \leq 16\}$ odredi $P \cap Q$ i $P \setminus Q$.

KOMPOZICIJA FUNKCIJA

- Def. Kompozicija fja + slikovit prikaz.

1. Za $f(x) = \sin x$ i $g(x) = x^2$ odredi $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ i $g \circ g$.

- tematiziram da općenito vrijedi $f \circ g \neq g \circ f$.

2. Za $f(x) = \sqrt{x}$ i $g(x) =$ odredi $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ i $g \circ g$.

3. Za $f(x) = a^x$ i $g(x) = \frac{1}{x}$ odredi $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ i $g \circ g$.

4. Za zadane $g(x) = \log_{16} x$ i $(g \circ f)(x) = \frac{1}{2}x$ odredi $f(x)$.

- zatim oni rješavaju set zadataka vezanih za gradivo seminara (zadaci 03).

5. i 6. seminar - DOMENA I INVERZ FJE

DOMENA FUNKCIJE

- Def. Domena fje.

- Pr. $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \sqrt{x}$.

- nabrojim im osnovna pravila za traženje domene fje, te da se ista nađe presjekom svih rješenja svih uvjeta koje fja nameće da bi uopće imala smisla.

1. Nađi domenu fje:

a) $f(x) = \sqrt{1 - |x + 1|}$;

b) $f(x) = \ln \sqrt{4 - \left| \frac{x - 3}{x + 2} \right|}$.

2. Nađi domenu fje:

a) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{1 - x^2} + 1}$;

b) $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 2) + \sqrt{\frac{x + 2}{x - 3}}$;

c) $f(x) = \frac{\sqrt{2x^3 - x^2}}{2x^3 - x^2 - 18x + 9}$;

d) (za DZ) $f(x) = \sqrt{\frac{x + 3}{x^2 - 4}}$.

3. Nađi domenu fje:

a) $f(x) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{5x - 1}$;

b) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sqrt{16 - x^2}}$;

c) $f(x) = \sqrt{2 \sin 3x - 1}$;

d) $f(x) = \arccos 1 - 2x + 2x$.

4. Nađi domenu fje:

a) $f(x) = \sqrt{4 \arctg(x^2 - 3x - 3) - \pi}$;

b) $f(x) = \sqrt{\log(-3x + 2)}$;

c) $f(x) = \sqrt{\ln \sqrt{x}}$;

d) $f(x) = \sqrt{\frac{3^x - 4^x}{x^2 - x - 2}}.$

INVERZNA FJA

- Def. Inverzna fja. + slikovit prikaz na Pr. $f(x) = 8^x$.

1. Odredi f^{-1} ako je:

a) $f(x) = \frac{2x - 1}{1 - x};$

b) $f(x) = \sqrt{\frac{e^x + 1}{e^x - 1}};$

c) $f(x) = \begin{cases} 2x & , x \leq 0 \\ x^2 & , x > 0 \end{cases}.$

2. Zadana je fja $f(x) = 8 + 3 \cos \left(2x + \frac{\pi}{2} \right)$ na $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right]$. Odredi f^{-1} i $D_{f^{-1}}$.

3. Za fju $f(x) = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$ odredi D_f , f^{-1} i $D_{f^{-1}}$.

- zatim oni rješavaju set zadataka vezanih za gradivo seminara (zadaci 04).

7. seminar - LIMES NIZA

NIZOVI

- Def. Niz.

- Pr.1. Napisati opći član niza za nizove:

a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...;

b) 1, 3, 5, 7, 9, ...;

c) 1, 0, 1, 0, 1, 0, ...;

d) 2, 4, 8, 16, 32,

Pr.2. $a_n = \frac{1}{n}$.

Pr.3. $a_n = (-1)^n \cdot n$.

- na Pr.2. i Pr.3. tematiziram ideju limesa niza

- Def. Limes niza.

1. Zadan je niz $a_n = \frac{n}{n+1}$. Neka je $L = 1$. Odredi prirodni broj n_0 tako da vrijedi $|a_n - L| < \epsilon$, $\forall n > n_0$, ako je:

a) $\epsilon = 0.1$;

b) $\epsilon = 0.01$.

Pr.4. $a_n = \frac{(-1)^n + 1}{2}$ - tematiziram što je gomilište ali ga formalno ne definiram.

- Def. Rastući, padajući, monoton i konstantan niz.

- Pr. $a_n = n$ raste, dok $a_n = \frac{1}{n}$ pada.

2. provjeri da je niz:

a) $a_n = \frac{n-1}{n}$ rastući;

b) $a_n = 2^n$ rastući;

c) $a_n = 3^{n-1}$ padajući.

- podijelim im formule koje sam sastavila, sastoji se od osnova vezanih za prethodno gradivo te osnovnih teorema o limesima i limesima nekih nizova; pričam o teoremima te raspisujem par limesa osnovnih nizova

1. Nađi limes niza:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{1-3n}; & \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-5n+1}{2n^2+3}; \\ \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3-5n+1}{2n^2+3}; & \quad \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+3}{n^3-5n+1}. \end{aligned}$$

2. Nađi limes niza:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7\sqrt{n}+3}{3n-\sqrt{2n}+4}; & \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^4+n-3}}{3n^2+1}; \\ \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{5-n} \cdot \frac{n^2-n+1}{1+2n+5n^2}. \end{aligned}$$

3. Nađi limes niza:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n}-n); \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n}-\sqrt[3]{n+1}).$$

4. Nađi limes niza:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n}; & \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}; \\ \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{10}}{1.1^n}. \end{aligned}$$

5. Nađi limes niza:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n+3^n}{3^n-1}; & \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^n-2^n}{3^n+2-15 \cdot 7^n}; \\ \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n+3^n}{n^2+3^n}. \end{aligned}$$

6. Nađi limes niza:

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n+1}\right)^{3n+1}; & \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3n+1}\right)^{3n+1}; \\ \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3n+1}\right)^{n+1}; & \quad \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n. \end{aligned}$$

- slijedi jedan seminar ponavljanja pred 1. kolokvij ili u obliku dodatnog seminara (kao jučer 27.11.2015.) gdje sam pripremila za studente igru u obliku ponavljanja gradiva, ili gdje riješavam/o još primjeraka zadataka

8. i 9. seminar - LIMES FJE

LIMES FJE

- Pr. $\lim_{x \rightarrow 2} x^2$.

- Def. Limes fje preko nizova.

- Def.2. Limes fje preko $\epsilon - \delta$ definicije.

1. Zadana je fja $f(x) = \frac{1}{x}$ za $x \neq 0$. Skiciraj graf fje te s njega očitaj sljedeće limese:
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$.

2. Zadana su fje $f(x) = e^x$ i $g(x) = \ln x$ (za $x > 0$). Skiciraj grafove fja te očitaj sljedeće limese:
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$.

- zatim prolazimo 9 tipova limesa kroz zadatke

- text zadatka je "Riješi sljedeći limes funkcije":

3. a) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x-2}{x^2-4}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x}$.

4. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$; b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+x-12}{x-3}$; c) $\lim_{x \rightarrow 10} \sqrt{\frac{x^4-16}{x^3-8}}$.

5. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-x}{x^4-3x^2+1}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2+4)^5(x+1)^{10}}{(x-1)^6(x+5)^{10}(2x^2-3)^2}$;
c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt[3]{x^3+10x}}$; d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-x}}{x}$.

6. a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}$; b) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}}$;
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-\sqrt{1-x+x^2}}{x^2-x}$; d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-x} \right)$.

7. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{10-x}-2}{x-2}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}-1}$.

$$\begin{array}{ll}
8. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}; & \text{ b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}; \\
\text{ c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1}-1}; & \text{ d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+\sin x} - \sqrt[3]{1-\sin x}}{x}; \\
\text{ e) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\ln x)}{\ln x}; & \text{ f) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}.
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}; & \text{ b) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \sin x \right)^{\frac{1}{x}}; \\
\text{ c) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x-2}}.
\end{array}$$

$$10. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + 3}{2^x - 3}; \quad \text{ b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3}{2^x - 3}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right).$$

LIJEVI I DESNI LIMES

- Def. Lijevi i desni limes fje.

- Tm. Ako je $\lim_{x \rightarrow x_0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+} f(x)$, onda postoji limes funkcije u točki x_0 i vrijedi $L = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$.

1. Odredi lijevi i desni limes fje $f(x) = \frac{|x|}{x}$ u točki $x_0 = 0$ služeći se grafom te fje.

NEPREKIDNOST FJE

- Def. Neprekidnost fje preko $\epsilon - \delta$ definicije.

- Def.2. Neprekidnost fje preko lijevog i desnog limesa.

- nabrojim vrste prekida.

2. Odredi točku prekida funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$.

3. Odredi parametar a (i b) $\in R$ tako da fja f bude neprekidna, ako je:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x + 1 & , x \leq 1 \\ 3 - ax^2 & , x > 1 \end{cases} ; \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x + 2 & , |x| \leq 1 \\ ax^2 + bx & , |x| > 1 \end{cases} .$$

- zatim oni riješavaju set zadataka vezanih za gradivo seminara (zadaci 05).

10. i 11. seminar - DERIVACIJE

PROBLEM TANGENTE

- opišem na općenitom grafu neke fje ideju problema tangente.

- Def. Derivabilnost fje u točki, derivacija fje u točki, derivabilnost na intervalu.

1. Izračunaj po definiciji derivaciju fje u točki:

a) $f'(3) = ?$ za $f(x) = x^2$; b) $g'(1) = ?$ za $g(x) = \sqrt[3]{x+7}$.

- podijelim formule i komentiram derivacije nekih derivacija te pravila deriviranja.

2. Nađi derivaciju y' ako je zadano:

a) $y = \cos x + \sqrt{x} + x^4$; b) $y = x^5 \ln x$;

c) $y = x \ln x \sin x$; d) $y = \operatorname{tg} x$;

e) $y = x^2 \sqrt{x}$; f) $y = \frac{2^x}{\ln x}$.

DERIVACIJA SLOŽENE FJE

- opišem pravilo deriviranja.

3. a) $y = \sin(x^2)$; b) $y = \sqrt{\ln x}$; c) $y = \ln \sqrt{x}$;

d) $y = e^{x^3}$ e) $y = e^{\sin x}$; f) $y = \operatorname{ctg}^3 x$.

4. a) $y = \sqrt{\sin(x^4)}$; b) $y = \cos^3 x^2$; c) $y = e^{\sqrt{\cos x}}$; d) $y = y = e^{x^3} \cdot \ln(\sin x)$.

DERIVACIJA INVERZNE FJE

- opišem pravilo deriviranja.

5. Odredi derivaciju inverzne fje ako je:

a) $f(x) = \sin x$; b) $f(x) = -2x + 5$; c) $f(x) = \frac{1}{e^x}$.

6. Izračunaj derivacije u točki:

a) $f(x) = e^{x^2+1}$ u točki $x_0 = 1$;

b) $f(x) = \ln \ln x$ u točki $x_0 = e^2$.

DERIVACIJE VIŠEG REDA

- opišem pravilo deriviranja.

7. Za $y = \sin^2 x$ odredi y''' .

DERIVACIJA FJE ZADANE IMPLICITNO

- opišem pravilo deriviranja.

1. Deriviraj implicitno zadane fje:

a) $x^2 + x \cdot y + y^2 = 4$; b) $2y \cdot \ln y = x$; c) $\frac{2x}{y} = 5x^3$.

LOGARITAMSKO DERIVIRANJE

- opišem pravilo deriviranja.

2. Deriviraj zadane fje:

a) $y = x^x$; b) $y = (\sin x)^{\cos x}$; c) $y = (\operatorname{arctg}(x^2 + 3))^{x-2}$.

PROBLEM TANGENTE I NORMALE

- opišem situaciju i navedem ključne formule.

3. Nađi jednadžbu tangente i normale na krivulju $y = x^2 - 3x$ u točki $T(3, 0)$.

4. Nađi jednadžbu tangente i normale na krivulju $y = e^x$ u sjecištu s y -osi.

5. Nađi jednadžbu tangente i normale na krivulju zadanu implicitnom jednadžbom $e^{xy} - x^2 + y^3 = 0$ u točki $T(0, y)$.

6. Nađi jednadžbu tangente na krivulju $y = x^2 + 3x - 4$ koja je paralelna s pravcem $y = x$.

7. Odredi inverznu fju fji $y = \frac{\pi}{4} - \arcsin \frac{x-1}{2}$ i nađi joj jednadžbu normale u točki $(\frac{\pi}{4}, y_0)$.

8. Nađi jednadžbu tangente i normale na krivulju zadanu implicitnom jednadžbom $\sin(2y) + \cos x = e^{xy}$ u točki $T(0, \pi)$.

9. Odredi brojeve $b_{1,2}$ tako da pravci $y_{1,2} = x + b_{1,2}$ budu tangente krivulje $y = \frac{x}{x+4}$.

- zatim oni rješavaju set zadataka vezanih za gradivo seminara (zadaci 06).

12. i 13. seminar - ISPITIVANJE TOKA FJE

INTERVALI MONOTONOSTI I TOČKE EKSTREMA

- opišem što ispitujemo s monotonošću, navedem postupak s tablicom i takvim detaljima te kako doći do točaka ekstrema.

1. Ispitaj monotnost fje i odredi točke ekstrema ako ih fja ima:

a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$;

b) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$;

c) $f(x) = \frac{x}{\ln^2 x}$.

KAKO DOĆI DO EKSTREMA POMOĆU DRUGE DERIVACIJE

- opišem postupak.

2. Odredi lokalne ekstreme funkcije:

a) $f(x) = 2x^2 - \ln x$;

b) $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$.

INTERVALI ZAKRIVLJENOSTI I TOČKE INFLEKSIJE

- opišem što ispitujemo sa zakrivljenošću, navedem postupak s tablicom i takvim detaljima te kako doći do točaka infleksije.

3. Ispitaj zakrivljenost fje i odredi točke infleksije ako ih fja ima:

a) $f(x) = (x-1)e^{2x}$; b) $f(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$;

4. Ispitaj tok fje:

a) $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$; b) $f(x) = \arctg\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

14. seminar - ponavljanje pred 2. kolokvij ili riješavamo još zadataka iz toka fje ako ima zaostataka.