

Ispitna pitanja iz ViS-a (2013/14)

1. Dokažite formulu za određivanje broja kombinacija bez ponavljanja k –tog razreda iz skupa od n elemenata.
2. Definirajte algebru događaja. Navedite primjere događaja kao skupove čiji su elementi ishodi slučajnih pokusa. Objasnite terminologiju koja se koristi kod opisivanja operacija s događajima i njihovu vezu s algebrom skupova.
3. Definirajte vjerojatnost kao funkciju na algebri događaja. Definirajte vjerojatnosni prostor (Ω, F, P) .
4. Definirajte uvjetnu vjerojatnost i nezavisnost događaja.
5. Dokažite formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu.
6. Na primjeru objasnite pojam diskretne slučajne varijable. Definirajte očekivanje i varijancu diskretne sl.varijable.
7. Dokažite da je $VarX = E[X^2] - [EX]^2$ za diskretnu slučajnu varijablu.
8. Definirajte binomnu slučajnu varijablu $X \sim B(n, p)$ i odredite joj distribuciju vjerojatnosti. Koliki su EX i $VarX$?
9. Definirajte Poissonovu slučajnu varijablu i pokažite kada se ona primjenjuje. Koliki su očekivanje i varijanca ove slučajne varijable?
10. Definirajte geometrijsku slučajnu varijablu i nađite primjer u kojem se pojavljuje.
11. Objasnite vezu između binomne i Poissonove slučajne varijable.
12. Objasnite pojam i definiciju neprekidne slučajne varijable. Napišite defoiniciju očekivanja i varijance neprekidne razdiobe.
13. Definirajte uniformnu razdiobu. Izračunajte njeno očekivanje.
14. Pokažite da je funkcija zadana s

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & inače \end{cases}$$

funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable. Odredite i nacrtajte njenu pripadnu funkciju distribucije. Izračunajte i EX . Navedite primjer u kojem se javlja ova slučajna varijabla.

15. Objasnite vezu između Poissonove i eksponencijalne distribucije.
16. Objasnite i dokažite svojstvo nedostatka pamćenja eksponencijalne distribucije.

17. Napišite i precizno nacrtajte funkciju gustoće normalne distribucije $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ i dokažite da je

$$\frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

Navedite osnovna svojstva normalne distribucije i objasnite ih na grafu njene funkcije gustoće.

18. Objasnite i pravila $1 - \sigma$, $2 - \sigma$ i $3 - \sigma$ za normalnu razdiobu, te izračunajte odgovarajuće vjerojatnosti. Nacrtajte sliku.
19. Navedite iskaz *Klasičnog centralnog graničnog teorema* i objasnite ga na primjeru.
20. Dokažite *Centralni granični teorem za aritmetičke sredine* koristeći klasični CGT i objasnite na koji način se primjenjuje.
21. Objasnite kako se određuju intervali pouzdanosti za aritmetičku sredinu slučajnih varijabli.
22. Objasnite na koji način se testiraju hipoteze o proporcijama osnovnog skupa. Objasnite to grafički na Gaussovoj krivulji. Definirajte pogrešku 1. i pogrešku 2. vrste.
23. Pokažite na koji način se dolazi do parametara a i b pravca linearne regresije $Y = aX + b$ koji aproksimira dane podatke u smislu najmanjih kvadrata.