

Zadaci za vježbu pred 2. kolokvij, Mat1 - Derivacije (1)

1. Deriviraj:

a) $y = 3(x+1)e^x$

b) $y = \frac{2^x}{x}$

c) $y = \sqrt{1-3x^4}$

d) $y = 5^{\sqrt{1-x^3}}$

e) $y = 4e^{\sqrt{\frac{1-x}{x+1}}}$.

2. Zadana je funkcija $f(x) = 5e^{x^2-2x+1} + 7$. Odredi:

a) $D_f = ?$

b) $f' = ?$

c) $D_{f'} = ?$

d) intervale monotonosti funkcije f te točke ekstrema ako postoje.

3. Odredi parametar $a \in \mathbb{R}$ takav da funkcija f bude neprekidna ako je $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 4x & , x \leq 1 \\ x + 4 & , x > 1 \end{cases}$.

4. Deriviraj:

a) $y = \ln \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x}$

b) $x = y\sqrt{1-y^2}$

c) inverz od $f(x) = \ln^4 x$

d) $y = (2x+1)^{x-3}$

e) $f \circ g$ ako je $f(x) = \ln x$ a $g(x) = x^3$

f) inverz od $f \circ g$ za funkcije f i g kao pod e).

5. Odredi tangentu na krivulju $y = 5x^2 + 3x - 4$ paralelnu s x-osi.

6. Odredi tangentu i normalu na $y = \frac{-2x}{x^2-3}$ u $x_0 = 1$.

7. Odredi tangentu na krivulju $2y - 2y^2 + \ln x = 0$ u točki $T(1, y)$.
8. Odredi $y''(k\pi)$ i $y'''((k+1)\pi)$ ako je $y = 2\cos(3x) - 1$.
9. Nađi prvu i drugu derivaciju od $x = y^2 + y - 2$ u točki $T(0, -2)$.
10. Odredi intervale monotonosti i točke ekstrema ako postoje, za funkcije:
- a) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x}$;
 b) $f(x) = (x^2-1)e^{-x^2}$;
 c) $f(x) = \frac{3}{x-2}$
 d) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
- 11.* Odredi $f^{100}(x)$ ako je $f(x) = e^{-2x}$.

RJEŠENJA

1. a) $3e^x(x+2)$; b) $\frac{2^x(x \ln 2 - 1)}{x^2}$; c) $-\frac{6x^3}{\sqrt{1-3x^4}}$; d) $5^{\sqrt{1-x^3}} \ln 5 \frac{-3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}$; e) $\frac{-4e^{\sqrt{\frac{1-x}{x+1}}}}{(x+1)\sqrt{1-x^2}}$.
2. a) R ; b) $f'(x) = 10(x-1)e^{x^2-2x+1}$; c) R ; d) $T_{min} = (1, 12)$. 3. $a = 1$; 5. $y = -89/20$ je tražena tangenta. 6. tangenta: $y = 2x - 1$ i normala: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. 7. tangente: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ i $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.
8. $y''(k\pi) = \pm 18$; $y'''((k+1)\pi) = 0$. 9. $y'|_T = -1/3$, $y''|_T = 2/27$.
10. a) $x_{min} = -1 - \sqrt{2}$, $x_{max} = -1 + \sqrt{2}$; b) $T_{max_1} = (-\sqrt{2}, 1/e^2)$, $T_{max_2} = (\sqrt{2}, 1/e^2)$, $T_{min} = (0, -1)$; c) nema stac. točaka, stalno pada; d) $T_{max} = (e, 1/e)$. 11. $f^{100}(x) = 2^{100}e^{-2x}$