

DZ (12)

1. Nađi krivulju za koju je kvadrat duljine odsječka na osi ordinata, što ga tangenta odsjeca u bilo kojoj točki krivulje, jednak produktu koordinata dirališta te tangente.
(dobije se homogena jdba: $(y - xy')^2 = xy$, čije je rješenje $4y/x = \ln^2(Cx)$)
2. Odredi krivulje za koje omjer duljine odsječka tangente (u bilo kojoj točki krivulje) na y -osi i udaljenosti te točke od ishodišta iznosi 2.
(dobije se homogena jdba: $(y - xy')^2 = 4(x^2 + y^2)$, čije je rješenje $xy + x\sqrt{x^2 + y^2} = C$ i $y + \sqrt{x^2 + y^2} = Cx^3$)
3. Odredi krivulju koja prolazi točkom $A(0, 1)$ i ima svojstvo da svaka njena normala prolazi kroz točku $S(1, 2)$.
(dobije se homogena jdba: $y'(2 - y) = x - 1$, čije je rješenje $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$)
4. Brzina rasta populacije je proporcionalna razlici broja rođenih i broja umrlih u dатoj godini t . U Hrvatskoj je 2010. zabilježeno 43361 rođenih te 52096 umrlih. Kolika će populacija biti 2015. ako je u 2011. bila 4,29 milijuna stanovnika?
(rješenje: $4y = 4,29 * 10^6 * e^{-34940}$)
5. Razina alkohola u krvi tokom perioda pijenja t se može opisati jdbom $y' = a - by$, gdje je $y(t)$ funkcija razine alkohola u krvi. Na početku večeri razina je naravno bila nula. Nađi funkciju $y(t)$.
(rješenje: $y(t) = \frac{a}{b}(1 - e^{-bt})$)