DZ (11)

1. Riješi sljedeće homogene diferencijalne jednadžbe:

a) $y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg}\frac{y}{x}$ (rj: $y = x\arcsin(C \cdot x)$)

b) $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$ (rj: $y^2 = x^2\ln(Cx^2)$)

c) $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ (rj: $y = -x\ln\left(\ln\left(\frac{1}{C\cdot x}\right)\right)$)

d) $3x\frac{dy}{dx} = 2x + y$ (rj: $y = x - \frac{\sqrt[3]{x}}{C}$)

e) $xy' = 3y + \frac{y^2}{x}$ (rj: $\frac{y}{y+2x} = Cx^2$)

2. Riješi sljedeće linearne diferencijalne jednadžbe 1. reda:

a) $y' - \frac{y}{x} = x^2$ (rj: $y = Cx + \frac{x^3}{2}$)

b) $y' + \frac{y}{x} = \sin x$ (rj: $y = \frac{C}{x} - \cos x + \frac{\sin x}{x}$)

c) $y' - \frac{y}{x} = x\sin x$ (rj: $y = Cx - x\cos x$)

3. Prema Newtonovom zakonu hlađenja, brzina promjene temperature T nekog tijela proporcionalna je razlici temperatura tijela i okoline. Ako vam je na terasi kafića servirana šalica vruće

kave čija je temperatura $60°C$, dok je temperatura zraka na terasi $23°C$, te ako se nakon 5 minuta kava ohladi do temperature od $40°C$, koliko još vremena treba proći dok se kava ne ohladi do temperature od $30°C$?

(rj: 7.5 minuta)