

DZ (10)

1. Izračunaj duljinu luka krivulje $y = f(x)$ na zadanom intervalu ako je:

a) $y = \ln x$ od $x = \sqrt{3}$ do $x = \sqrt{8}$ (rj: $1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$)

b) $y = 2\sqrt{x}$ od $x = 0$ do $x = 1$ (rj: $\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2})$)

c) $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$ od $x = 1$ do $x = e$ (rj: $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$)

2. Riješi diferencijalnu jednadžbu metodom separacija varijabli:

a) $y' = -\frac{x}{y}$ (rj: $x^2 + y^2 = C$)

b) $y' \operatorname{tg} x = y$ (rj: $y = C \sin x$)

c) $(1 + y^2)dx + xydy = 0$ (rj: $x = \frac{C}{\sqrt{1+y^2}}$)

d) $(1 + y^2)dx = xdy$ (rj: $\ln x = \operatorname{arctg} y + C$)

e) $y' = 4x\sqrt{y}$ (rj: $\sqrt{y} = x^2 + C$)

f) $(1 + y^2)dx + (1 + x^2)dy = 0$ (rj: $\operatorname{arctg} x = -\operatorname{arctg} y + C$)

g) $xy' - y = y^3$ (rj: $x = \frac{Cy}{\sqrt{1+y^2}}$)